

Uvjetna vjerojatnost II - zadaci za vježbu

Zadatak 1. U džepu kaputa se nalaze tri kovanice. Jedna je normalna, druga na obje strane ima pismo, a treća na obje strane ima glavu. Iz džepa ispada jedna kovanica i pada na pod. Ako odozgo vidimo glavu, kolika je vjerojatnost da je i s donje strane kovanice glava?

Zadatak 2. Natjecatelj ispred sebe ima troja zatvorena vrata. Iza jednih vrata nalazi se nagrada, a iza ostalih se ne nalazi ništa. Natjecatelj odabire jedna vrata, nakon čega voditelj natjecanja među preostalim vratima otvara jedna iz kojih se ne nalazi nagrada. U tom trenutku natjecatelj ima priliku zamijeniti svoj odabir s preostalim zatvorenim vratima. Je li bolje ostati pri početnom izboru, promijeniti vrata ili je svejedno?

Zadatak 3. Dva strijelca gađaju istu metu. Prvi pogađa s vjerojatnošću 0.4, a drugi 0.1. Svaki od njih je izvršio po pet hitaca. Ako je poznato da je meta pogođena s dva metka, nađite vjerojatnost da je oba pogotka ostvario prvi strijelac.

Zadatak 4. Računalo šalje poruke preko komunikacijskog kanala. Poruke se sastoje od niza nula i jedinica. Vjerojatnost slanja jedinice iznosi 0.6, a nule 0.4, a vjerojatnost pogrešnog prijenosa pojedinog znaka iznosi 0.1. Izračunajte vjerojatnost da je poslana poruka 11, ako je primljena poruka 00.

Zadatak 5. Crne i bijele kuglice smo rasporedili u tri kutije A (b_1 bijelih i c_1 crnih), B (b_2 bijelih i c_2 crnih) i C (b_3 bijelih i c_3 crnih). Iz A izvlačimo jednu kuglicu i prebacujemo u B , a nakon toga iz B izvlačimo jednu i prebacujemo u C . Na kraju iz C izvlačimo jednu kuglicu. Ako je ta kuglica bijela kolika je vjerojatnost da je iz A u B bila prebačena crna, a iz B u C bijela kuglica?

Zadatak 6. U prvoj su kutiji 2 bijele i 2 crne kuglice, a u drugoj 5 bijelih i 7 crnih. Iz prve kutije u drugu prebacimo dvije kuglice, a zatim iz druge kutije izvlačimo dvije kuglice i vraćamo ih u prvu. Ako je poznato da su nakon toga u prvoj kutiji istobojne kuglice, kolika je vjerojatnost da se radi o crnim kuglicama?

Rješenja

1. $\frac{2}{3}$.

2. Treba promijeniti vrata. Tada je vjerojatnost dobitka jednaka $\frac{2}{3}$.

3.
$$\frac{0.4^2 \cdot 0.6^3 \cdot 0.9^5}{0.4^2 \cdot 0.6^3 \cdot 0.9^5 + 25 \cdot 0.4 \cdot 0.6^4 \cdot 0.1 \cdot 0.9^4 + 0.6^5 \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^3}.$$

4.
$$\frac{0.1^2 \cdot 0.6^2}{0.9^2 \cdot 0.4^2 + 2 \cdot 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.4 + 0.1^2 \cdot 0.6^2}.$$

5.
$$\frac{(b_3 + 1)c_1 b_2}{(b_3 + 1)(b_1(b_2 + 1) + c_1 b_2) + b_3(b_1 c_2 + c_1(c_2 + 1))}.$$

6.
$$\frac{\binom{7}{2}}{\binom{7}{2} + \binom{5}{2}}.$$