

# Fizika 1 za Informatiku

ZK

5.3.2011 15:46:19

## Sadržaj

<b>I</b>	<b>Toplina – termodinamika</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>Toplina</b>	<b>3</b>
1.1	Izmjena topline . . . . .	3
1.2	Količina topline . . . . .	3
1.3	Prvi zakon termodinamike . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Plinski zakoni</b>	<b>4</b>
2.0.1	Pritisak struje čestica na zid . . . . .	4
2.1	Jedinice za pritisak . . . . .	5
2.2	Temperatura . . . . .	6
2.3	Apsolutna temperaturai jednadžba stanja idealnog plina . . . . .	6
2.4	Stupnjevi i Kelvini . . . . .	6
2.5	Avogadrov broj . . . . .	6
2.6	Stupnjevi slobode . . . . .	8
2.7	Toplinsko djelovanje . . . . .	8
2.7.1	Toplinsko rastezanje . . . . .	8
2.7.2	Toplinsko širenje tijela . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Idealni plin i prvi zakon termodinamike</b>	<b>9</b>
3.1	Unutarnja energija monoatomnog idealnog plina . . . . .	9
3.2	Rad idealnog plina . . . . .	9
3.3	Prvi zakon termodinamike i specifična toplina plina . . . . .	9
3.4	Izohorni procesi . . . . .	10
3.5	Izobarni procesi . . . . .	10
3.6	Izotermni proces . . . . .	11
3.7	Adiabatski procesi . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Drugi zakon termodinamike</b>	<b>12</b>
4.1	Entropija i izmjena topline . . . . .	12
4.2	Drugi zakon termodinamike . . . . .	13

## Dio I

# Toplina – termodinamika

Znanost koja proučava uvjete prijenosa energije iz jednog oblika u drugi zove se termodinamika.

## 1 Toplina

### 1.1 Izmjena topline

Unutarnja energija je sva energija sistema pridružena s mikroskopskim sastavom – atomima i molekulama – viđena iz sustava referencije vezanog za centar mase sistema. Unutarnja energija uključuje kinetičku energiju slučajnih translacijskih, rotacijskih, vibracijskih gibanja molekula, potencijalnu energiju unutar molekule, potencijalnu energiju između molekula.

**Def. 1.1.** Izmjena topline je proces prijenosa energije s jednog tijela na drugo bez vršenja rada.

Ovaj proces se dešava kad tijela imaju različitu temperaturu.  
Toplina se može prenositi

**vođenjem** kad su tijela u direktnom kontaktu toplina prelazi s toplijeg tijela na hladnije.

**prenošenjem** sloj tekućine ili plina u kontaktu s drugim sustavom prolazi u taj sustav i prenosi mu svoju toplinu.

**zračenjem** zagrijano tijelo zrači zrake koje zagrijavaju hladnije tijelo.

### 1.2 Količina topline

**Def. 1.2.** Količina topline,  $Q$ , je energija prenešena izmjenom topline.

Iz gornje definicije slijedi da kad se energija tijela mijenja samo zbog izmjene topline da je

$$Q = \Delta E, \quad (1.1)$$

tj. količina topline je mjera promjene energije tijela do koje je došlo izmjenom topline.

Jedinica u SI je

$$[Q] = [E] = [W] = \text{J}.$$

Nesistemska jedinica je kalorija definirana kao količina topline potrebna da se temperatura 1 g vode podigne s  $14.5^\circ$  na  $15.5^\circ$ :

$$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}.$$

Formule za računanje topline:

(a) pri promjeni temperature tijela

$$Q = mc\Delta t, \quad (1.2)$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $\Delta t = t_k - t_p - T_k - T_p$  promjena temperature,  $c$  je specifična toplina tvari od koje je napravljeno tijelo.

(b) pri topljenju krute tvari ili skrutnjavanju tekućine:

$$Q = m\lambda, \quad (1.3a)$$

gdje je  $\lambda$  latentna toplina topljenja.

(c) pri isparavanju tekućine ili kondenziranju plina

$$Q = mL, \quad (1.3b)$$

gdje je  $L$  latentna toplina isparavanja. Ovo su topline prilikom mijenjanja faze.

(d) Pri kemijskim reakcijama

$$Q = mq, \quad (1.3c)$$

gdje je  $q$  toplina reakcije.

### 1.3 Prvi zakon termodinamike

Energija tijela može se promijeniti ili zbog djelovanja vanjskih sila ili zbog izmjene topline s okolinom. To znači da je promjena energije sistema jednaka sumi rada kojeg vrši vanjska sila i toplini dobivenom iz okoline:

$$\Delta E = W_{\text{vanjski}} + Q. \quad (1.4)$$

Rad koji čine vanjske sile se od rada kojeg vrši sistem kao reakcija na te vanjske sile razlikuju po predznaku (zakon akcije i reakcije):

$$\Delta E = -W + Q \rightarrow Q = \Delta E + W \quad (1.5)$$

tj. toplina (energija koju je dobio sistem izmjenom topline) se potrošila na promjenu energije sistema i rad potrošen na savladavanje vanjskih sila. Taj izraz zove se *prvi zakon termodinamike*.

## 2 Plinski zakoni

Plin zatvoren u nekoj posudi vrši pritisak na zidove. Na osnovi molekularno-kinetičke teorije, to se objašnjava na sljedeći način. Prilikom slučajnog gibanja molekule udaraju na zidove posude. Ukupni impuls molekule koji se prenosi na jedinicu površine u jedinici vremena je pritisak kojeg vrši plin.

### 2.0.1 Pritisak struje čestica na zid

Razmotrimo struju čestica mase  $m$  koje se gibaju brzinom  $v$  okomitom na zid čija je masa bitno veća od svih čestica (slika). Vidimo da za vrijeme  $\Delta t$ , sve čestice unutar volumena  $V = A\Delta l = Av\Delta t$  udare u zid. Ako je koncentracija čestica (broj čestica u jediničnom volumenu)  $n$ , tada, tijekom vremena  $\Delta t$ ,  $N$  čestica će udariti u zid, gdje je

$$N = nV = nAv\Delta t. \quad (2.1)$$

Sila koja djeluje na česticu jednaka je promjeni impulsa u jedinici vremena

$$f = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}. \quad (2.2)$$

Prema 3. Newtonovom zakonu, suprotnom silom čestica djeluje na zid. Kako na zid tijekom vremena  $\Delta t$   $n$  čestica udari u zid, ukupna sila je

$$F = -fN = nAv\Delta(mv). \quad (2.3)$$

Prilikom elastičnog sudara sa stacionarnim zidom brzina čestice pretvori se u suprotnu:

$$v_p = v \rightarrow v_k = -v$$

pa je

$$\Delta(mv) = mv_k - mv_p = -2mv. \quad (2.4)$$

Zamjenom u. (2.3) dobivamo

$$F = 2Anmv^2. \quad (2.5)$$

Tlak je po definiciji omjer sile i površine na koju je sila okomita

$$p = \frac{F}{A}, \quad (2.6)$$

pa je tlak

$$p = 2nmv^2. \quad (2.7)$$

Naravno, čestice ne lete sve u istom smjeru istom brzinom. Molekule plina lete u svim mogućim smjerovima, pa se u gornjoj formuli kvadrat brzine mora zamijeniti sa *srednjom vrijednosti kvadrata brzine* za sve čestice u posudi:

$$v^2 \rightarrow \overline{v^2} = \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2).$$

Također je potrebno zamijeniti koncentraciju  $n$  s jednom šestinom koncentracije  $n \rightarrow n/6$ . Naime, zbog kaotičnog gibanja molekula 1/6 njih udara u jedan zid kocke, odnosno ide u smjeru npr. desnog zida.

Tako je *pritisak plina proporcionalan koncentraciji molekula i njihovoj srednjoj kinetičkoj energiji*:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2}. \quad (2.8)$$

Zamijenimo li koncentraciju molekula s  $n = N/V$ , jednadžba (2.1) imamo

$$pV = \frac{2}{3} N \bar{\epsilon}_k. \quad (2.9)$$

Eksperiment je pokazao da je srednja kinetička energija molekula neovisna o vrsti plina, određena je samo temperaturom, pa je gornja jednadžba

$$pV = c \cdot NT, \quad c = \text{konstanta}.$$

Na konstantnoj temperaturi i konstantnoj masi plina ( $N = \text{konstanta}$ ), umnožak tlaka i volumena je konstantan (**Boyle-Mariotteov zakon**):

$$pV = \text{konstanta}. \quad (2.10)$$

Zakon se može iskazati i kao: *Pri izotermnom procesu, pritisak plina obrnuto je proporcionalan njegovom volumenu.*

Graf je hiperbola.

## 2.1 Jedinice za pritisak

SI jedinica pritiska je *Pasal* (Pa). To je pritisak sile od jednog Newtona jednoliko raspodjeljen preko površine od  $1 \text{ m}^2$  okomite na silu.

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2.$$

Često se koristi nesistemska jedinica *bar*:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}.$$

Druga nesistemska jedinica je *atmosfera*:

$$1 \text{ at} = 98066.5 \text{ Pa} = 0.981 \text{ bar}.$$

Pritisak plina ili tekućine se može usporediti s vertikalnim stupcem neke tekućine. Ta se metoda koristi za mjerenje tlaka živinim barometrom.

Pritisak tekućine je

$$p = \frac{mg}{A} = \frac{\rho h A g}{A} = \rho g h, \quad (2.11)$$

gdje je  $\rho$  gustoća tekućine,  $h$  visina stupca,  $g$  gravitacijsko ubrzanje.

U praksi je jedinica

milimetri živinog stupca (mm-Hg ili torr):

$$1 \text{ mm - Hg} = 10^{-3} \text{ m} \cdot 13595 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.80665 \text{ m/s}^2 = 133.322 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ at} = 760 \text{ mm - Hg} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

## 2.2 Temperatura

Koncept temperature dolazi od osjeta ‘toplo’ ili ‘hladno’. Taj je kriterij subjektivan, pa je potrebno naći objektivni kriterij kojim će se karakterizirati temperatura i također postaviti jedinstvenu metodu njenog mjerenja.

S termodinamičkog stajališta, *temperatura je veličina koja pokazuje smjer izmjene topline*. Toplina se uvijek prenosi s toplijeg na hladnije tijelo.

Termometar uvijek pokazuje njegovu vlastitu temperaturu. Dakle, termometar se mora dovesti u kontakt s tijelom kojem mjerimo temperaturu i držati ga u kontaktu dok toplina ne prestane teći - tad imaju istu temperaturu.

S molekularno-kinetičkog stajališta: *temperatura je veličina koja karakterizira srednju kinetičku energiju translacijskog gibanja molekula idealnog plina*. Definicija ima smisla jer srednja kinetička energija molekula na istoj temperaturi različitih plinova je ista.

## 2.3 Apsolutna temperaturai jednadžba stanja idealnog plina

**Def. 2.1.** Apsolutna temperatura je fizikalna veličina proporcionalna srednjoj kinetičkoj energiji molekula idealnog plina.

Iz zakona klasične teorije molekula

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2}kT, \quad (2.12)$$

gdje je  $\bar{\varepsilon}_k$  srednja translacijska energija molekula,  $T$  apsolutna temperatura,  $k = 1.380622 \cdot 10^{-23}$  J/K faktor proporcionalnosti znan kao *Boltzmannova konstanta*.

Uvrštavanjem u Eq. (2.9) dobivamo *jednadžbu stanja plina*

$$pV = NkT. \quad (2.13)$$

## 2.4 Stupnjevi i Kelvini

U praksi se za mjerenje temperature najčešće koristi jedinica *stupanj Celsiusa*, ( $^{\circ}\text{C}$ ) koji se definira kao jedna stotnina intervala između točke topljenja leda i vrenja destilirane vode kod standardnog tlaka,  $p_0 = 101325$  Pa. Jedinica apsolutne temperature je *kelvin* (K). Stupanj Celsiusa i kelvin su jednaki po veličini, samo se razlikuju u nultoj točki:

$$t = T - 273.15, \quad T_0 = -273.15^{\circ}\text{C}, \quad [t] = ^{\circ}\text{C}, \quad [T] = \text{K}. \quad (2.14)$$

Valja napomenuti da na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli, srednja kinetička energija molekula nije više proporcionalna apsolutnoj temperaturi. Razlog je kvantne prirode, kad se plin degenerira.

## 2.5 Avogadrov broj

Iz Eq. (2.13) može se između ostalog zaključiti da pod istim uvjetima je koncentracija molekula različitih plinova jednaka. Drugim riječima (**Avogadrov zakon**):

**Teorem 2.1.** Jedinični volumen različitih plinova pod istim uvjetima sadrži isti broj molekula

Broj molekula po kubičnom metru plina pri standardnim uvjetima ( $T_0 = 273.15$  K,  $p_0 = 1$  atm = 101325 Pa) **Loschmidtov broj**

$$N_L = n_0 = \frac{p_0}{kT_0} = 2.687 \cdot 10^{25} \text{m}^{-3}.$$

Po odlucei 14. opće konverencije o mjerama (Paris 1971.) dodana je nova osnovna jedinica u SI – *količina tvari*. Jedinica je *mol* (mol) definirana kao

**Def. 2.2.** **Mol** je količina tvari sistema koji sadrži isti broj specifičnih strukturnih elemenata (atoma, molekula, iona, ...) kao što je broj atoma u 0.012 kg izotopa ugljika  $^{12}\text{C}$ .

Također se uvodi i

$$1 \text{ kmol} = 10^3 \text{ mol.}$$

Broj atoma u jednom molu zove se **Avogadrov broj**:

$$N_A = 6.022169 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 6.022169 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}.$$

Iz Avogadrova i Loschmidtova broja možemo izračunati volumen kojeg zauzima mol plina pri standardnim uvjetima:

$$v_m = \frac{N_A}{N_L} = 22.41 \text{ m}^3/\text{kmol} = 22.41 \text{ litre/mol.}$$

Produkt Avogadrova broja i Boltzmanove konstante zove se *univerzalna ili molarna plinska konstanta*:

$$R = N_A k = 8.3143 \cdot 10^3 \text{ J/mol K.}$$

pa jednačba stanja plina se također može napisati u obliku **Mendeleev-Clapeyronova jednačba**

$$pV = \frac{m}{M}RT, \quad (2.15)$$

gdje je  $m$  masa plina,  $M$  je molarna masa (masa 1 mola plina), a omjer  $\frac{m}{M}$  je broj molova plina.

## 2.6 Stupnjevi slobode

Unutarnja energija je funkcija stanja i iskazuje se temperaturom plina. Izvedena relacija zasniva se na načelu ekvipartitije energije po *stupnju slobode*. Stupanj slobode je jedan od načina gibanja molekule, npr. mogućnost pomaka molekule u smjeru  $x$ -osi je jedan stupanj slobode.

Za molekulu idealnog jednoatomnog plina vrijedi da se može pomicati u smjeru triju koordinatnih osi, tj. ima tri stupnja slobode, pa je unutarnja energija

$$U = \frac{i}{2}nRT, \quad i = 3.$$

Kinetička energija rotacije za atom je zanemariva, pa gornja formula daje unutarnju energiju monoatomnog plina.

Za molekulu dvoatomnog plina vrijedi da se može i rotirati. Energija rotacije oko osi koja se poklapa s pravcem koji prolazi atomima je zanemariva, pa broj stupnjeva slobode za rotaciju dvoatomnog plina iznosi 2.

Dvoatomna molekula može i vibrirati, ali je doprinos pri niskim temperaturama zanemariv. Na višima je doprinos srednjoj energiji molekule zbog vibracije (model harmonijskog oscilatora) je

$$\bar{\varepsilon}_{\text{vibr}} = kT = 2 \cdot \frac{1}{2}kT,$$

tj. doprinosi s dva stupnja slobode. Ukupni broj stupnjeva slobode, odnosno ukupna unutarnja energija dvoatomne molekule je

$$i = i_t + i_r + i_v = 3 + 2 + 2 = 7 \rightarrow = \frac{7}{2}nRT.$$

Ukupni broj stupnjeva slobode za dvoatomni plin

## 2.7 Toplinsko djelovanje

Gotovo sva se tijela zagrijavanjem šire. Kao jedan izuzetak može se navesti voda kojoj je gustća najveća tj. volumen određene količine najmanji, na  $4^\circ\text{C}$ . Ako je jedna dimenzija dominantna (duljina), tada se razmatra rastezanje, kao da se radi o jednodimenzionalnom tijelu.

### 2.7.1 Toplinsko rastezanje

Za rastezanje tijela, kojem je dominantna jedna dimenzija, vrijedi empirijska formula:

$$l = l_0(1 + \alpha t),$$

gdje je  $l$  duljina tijela na temperaturi  $t$ ,  $l_0$  duljina tijela na temperaturi  $t = 0^\circ\text{C}$ , a  $\alpha$  je *toplinska rastezljivost tvari*.

### 2.7.2 Toplinsko širenje tijela

Ako su sve dimenzije podjednake (nezanemarive), tada iz zakona za rastezanje jedne dimenzije slijedi:

$$\begin{aligned} V &= abc = a_0(1 + \alpha t)b_0(1 + \alpha t)c_0(1 + \alpha t) \\ V &= a_0b_0c_0(1 + \alpha t)^3 = V_0(1 + \alpha t)^3 \\ V &= V_0 [1 + 3\alpha t + 3(\alpha t)^2 + (\alpha t)^3] \\ V &\approx V_0(1 + 3\alpha t) = V_0(1 + \gamma t), \quad \gamma = 3\alpha. \end{aligned} \tag{2.16}$$

### 3 Idealni plin i prvi zakon termodinamike

#### 3.1 Unutarnja energija monoatomnog idealnog plina

Idealni monoatomni plin najjednostavniji je termodinamički sistem.

Molekule idealnog monoatomnog plina su točkaste čestice čija se interakcija može zanemariti, odnosno potencijalnu energiju molekularne interakcije se može zanemariti. *Unutarnja energija idealnog monoatomnog plina je zbroj translacijskih kinetičkih energija njegovih molekula plus neka konstanta:*

$$U = K_1 + K_2 + \dots + K_N + const = \sum_{i=1}^N K_i + const, \quad (3.1)$$

gdje su  $K_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  translacijske kinetičke energije pojedinih molekula. Srednja kinetička energija molekule je

$$\bar{\epsilon}_K = \frac{\sum_{i=1}^N K_i}{N} = \frac{3}{2}kT,$$

pa je

$$U = N\bar{\epsilon}_k + const = \frac{3}{2}NkT + const. \quad (3.2)$$

Konstanta se može zanemariti.

Promjena unutarnje energije idealnog plina ne ovisi o procesu kojim se to dogodilo i iznosi

$$U_2 - U_1 = \frac{3}{2}Nk(T_2 - T_1). \quad (3.3)$$

#### 3.2 Rad idealnog plina

Pretpostavimo da se idealni plin nalazi u cilindru koji je zatvoren pokretnim klipom. Kad se klip pomakne za  $\Delta x$ , učini se rad  $\Delta W = F\Delta x$ . Iz definicije tlaka je  $F = pA$ , a kako je  $A\Delta x = \Delta V$  promjena volumena, onda je rad

$$\Delta W = p\Delta V. \quad (3.4)$$

Prilikom ekspanzije, rad je pozitivan, a kompresije negativan.

#### 3.3 Prvi zakon termodinamike i specifična toplina plina

Promjena ukupne energije stacionarnog plina reducira se na promjenu njegove unutarnje energije:  $\Delta \epsilon = \Delta U = U_2 - U_1$ , pa je toplina, Eq. (1.5)

$$Q = U_2 - U_1 + W. \quad (3.5a)$$

Za monoatomni plin prvi zakon termodinamike može se napisati kao

$$Q = \frac{3}{2}Nk(T_2 - T_1) + W. \quad (3.5b)$$

Količina topline koja se dodaje plinu sastoji se od dva dijela.

- i. od promjene unutarnje energije koja ovisi samo o početnom i konačnom stanju ne i procesu koji je doveo do toga.
- ii. Od rada koji ovisi o procesu.

*Specifična toplina* je omjer topline koji je dodan sistemu prema masi i promjeni temperature:

$$c = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)}, \quad (3.6)$$

gdje je  $m$  masa sistema,  $T_{1,2}$  početna, konačna temperatura.

**Def. 3.1.** Specifična toplina je količina toplina koja se mora dodati sistemu jedinične mase da mu podigne temperaturu za jedan stupanj.

SI jedinica je  $\text{J}/(\text{kg K})$ . Također se upotrebljava(la) nesistemska jedinica  $\text{cal/g K}$  i  $\text{kcal/kg K}$ :

$$1 \text{ cal/g K} = 1 \text{ kcal/kg K} = 4.1868 \cdot 10^3 \text{ J/kg K}.$$

### 3.4 Izohorni procesi

Proces koji se vrši na konstantnom volumenu plina zove se *izohornim* ili *izovolumnim*. Iz jednadžbe stanja plina dobivamo **Charlesov zakon**:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = p_1 \frac{t_2 + 273}{t_1 + 273}. \quad (3.7)$$

Uzmemo da je prva točka na temperaturi  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ , pa je  $p_1 = p_0$  tlak pri toj temperaturi, a druga točka je varijabla, tj.  $p_2 = p$  je tlak na temperaturi  $t_2 = t$ , pa imamo

$$p = p_0(1 + \gamma t), \quad \gamma = 1/273. \quad (3.8)$$

Kako je  $\Delta V = 0$  onda je i rad  $W = 0$ , pa se toplina dodana plinu potpuno pretvara u njegovu unutarnju energiju:

$$Q_V = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1). \quad (3.9)$$

Indeks  $V$  znači da je volumen konstantan.

### 3.5 Izobarni procesi

Ovdje je konstantan tlak, pa dolazimo do **Gay-Lussacovog zakona**:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (3.10)$$

Kao i u Charlesovu zakonu, i ovdje se volumen na temperaturi  $t$  može izraziti kao

$$V = V_0(1 + \gamma t). \quad (3.11)$$

Rad je pri izobarnom procesu

$$W_p = p(V_2 - V_1) = Nk(T_2 - T_1), \quad (3.12)$$

jer je iz jednadžbe stanja plina  $pV_i = NkT_i$ .

Toplina dodana plinu povećava unutarnju energiju i ekspanziju (rad). Zza monoatomni plin je

$$Q_p = U_2 - U_1 + W_p = \frac{5}{2} Nk(T_2 - T_1). \quad (3.13)$$

Specifična toplina pri konstantnom tlaku za monoatomni plin je

$$c_p = \frac{Q_p}{m(T_2 - T_1)} = \frac{5}{2} \frac{k}{m_0}, \quad m_0 = \frac{m}{N} \text{ masa jedne molekule.} \quad (3.14)$$

*Molarna specifična toplina* je  $C = Mc$ , gdje je  $M$  molekularna masa plina, tj. masa jednog kilomola. Masa kilomola jednaka je masi jedne molekule pomnoženoj s brojem molekula u kilomolu, tj. s Avogadrovim brojem:

$$M = m_0 N_A \rightarrow C_p = M c_p = m_0 N_A \frac{5}{2} \frac{k}{m_0} = \frac{5}{2} k N_A = \frac{5}{2} R. \quad (3.15)$$

Omjer specifičnih toplina pri konstantnom tlaku i konstantnom volumenu naziva se *adijabatskim eksponentom* ili *omjerom specifičnih toplina*:

$$\gamma = c_p/c_V = \frac{5}{3} = 1.666\dot{6}. \quad (3.16)$$

### 3.6 Izotermni proces

Iz jednadžbe stanja plina već je dobiveno  $pV = NkT$ , pa je

$$p = \frac{NkT}{V},$$

što uvrstimo u izraz za rad

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nKT}{V} \, dV = NkT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = NkT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

### 3.7 Adiabatски procesi

Adiabatски proces je onaj u kojem sistem ne izmjenjuje toplinu s okolinom,  $\Delta Q = 0$ . Tada je  $c_{ad} = 0$ .

Da bi proces bio adiabatски, nužno je termalno izolirati plin, tj. zatvoriti ga u vrstu adiabatске školjke. Druga je mogućnost da je proces tako brz da nema vremena da se izmjeni toplina između plina i okoline. To je sasvim moguće, jer je izmjena topline mnogo sporija od kompresije ili ekspanzije plina.

U adiabatскоj ekspanziji plin vrši rad korištenjem unutarnje energije. Kako je unutarnja energija idealnog plina potpuno određena temperaturom, *temperatura idealnog plina povećava se pri adiabatскоj kompresiji i smanjuje pri ekspanziji*.

Taj princip se često koristi u praksi: ako povećamo volumen cilindra koji sadrži ugljični dioksid, plin se adiabatски expandira, i temperatura pada do  $80^\circ C$  ispod nule, i dio plina se konvertira u kristal – suhi led.

Također u dizelskim motorima, se kompresijom u cilindrima motora temperatura podiže do  $500^\circ C$  ili  $600^\circ C$ , što vodi do samozapalivanja goriva.

Za monoatomni plin je

$$W_{ad} = \Delta E = \frac{3}{2}Nk(T_1 - T_2) = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_2) = -\frac{nR}{\gamma - 1}\Delta T = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_2) = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}, \quad (3.17)$$

jer je

$$\gamma - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}.$$

Zbrajanjem jednadžbe

$$dW = p \, dV = -\frac{nR}{\gamma - 1} \, dT \rightarrow (\gamma - 1)p \, dV = -nR \, dT$$

s

$$pV = nRT \Big/ d \rightarrow p \, dV + V \, dp = nR \, dT$$

dobivamo

$$\gamma p \, dV + V \, dp = 0 \rightarrow \gamma \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p}.$$

Integriramo posljednju jednadžbu

$$\gamma \ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{p_2}{p_1} \rightarrow \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right) \rightarrow \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = \frac{p_1}{p_2}$$

odnosno

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow pV^\gamma = \text{konstanta}.$$

Kombiniranjem s plinskom jednadžbom dobivamo tzv. **Poissonove jednadžbe**

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst}, \quad pV^\gamma = \text{konst.}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst}.$$

## 4 Drugi zakon termodinamike

*Reversibilni proces* zadovoljava sljedeće uvjete:

- (a) može se lako dešavati u oba smjera;
- (b) u oba slučaja sistem prolazi kroz ista međustanja;
- (c) nakon što se desi direktni i obrnuti proces, sistem se vraća u početno stanje.

### 4.1 Entropija i izmjena topline

Promjenu entropije ćemo definirati s

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T}, \quad (4.1)$$

gdje su  $S_{1,2}$  entropije početnog, konačnog stanja,  $T$  temperatura na kojoj se izmjena topline  $Q$  dešava. Količina topline, pa time i promjena entropija je pozitivna ( $Q > 0 \rightarrow \Delta S > 0$ ), ako tijelo dobiva energiju prilikom izmjene topline, a negativna kad tijelo gubi energiju, dajući je drugom tijelu.

Pogledajmo kolika je promjena entropije sistema koje se sastoji od dva tijela kod kojih se izmjenjuje toplina. Ukupna promjena entropije je

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2, \quad (4.2)$$

gdje su  $\Delta S_i$  promjene entropije svakog od ova dva tijela.

Neka je temperatura prvog tijela prije izmjene topline bila  $T_1$ , a drugog  $T_2$ , s  $T_2 < T_1$ . Energija (toplina) prelazi s toplijeg tijela na hladnije pa je  $Q_1 = -Q$ ,  $Q_2 = +Q$ , jer prvo tijelo daje drugom energiju. Kao rezultat temperatura tijela se mijenja i postaje:  $T_1 - \Delta T_1 = \bar{T}_1$ , odnosno  $T_2 + \Delta T_2 = \bar{T}_2$ . Promjena entropije sistema je

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} = \frac{Q(\bar{T}_1 - \bar{T}_2)}{\bar{T}_1 \bar{T}_2}. \quad (4.3)$$

Srednje apsolutne temperature su pozitivne, a vrijedi  $\bar{T}_1 - \bar{T}_2 > 0$ , i  $Q > 0$ . Tako je iz gornje jednadžbe  $\Delta S > 0$ , tj. *entropija zatvorenog i adiabatki izoliranog sistema se povećava kao rezultat izmjene topline između komponenti sistema.*

Zapazite da je proces izmjene topline ireverzibilan: energija u obliku topline teče s toplijeg tijela na hladnije, izjednačujući temperature oba tijela. Obrnuti proces u kojem toplina ide s hladnijeg na toplije tijelo se ne dešava sam po sebi.

Dakle, *pri ireverzibilnom procesu, entropija zatvorenog i adiabatki izoliranog sistema se povećava:*

$$\Delta S_{\text{irev}} > 0. \quad (4.4)$$

Promotrimo reverzibilni proces.

Pretpostavimo da se plin ekspanira u izotermalnom procesu. U tom procesu plin vrši rad podižući teret i prima određenu količinu topline iz okoline. Promjena entropije je

$$\Delta S = \Delta S_o + \Delta S_p + \Delta S_m, \quad (4.5)$$

gdje indeksi znače: okolina, plin, mehanički sistem. Vrijedi  $\Delta S_o = -Q/T$  i  $\Delta S_p = Q/T$ , jer okolina daje plinu energiju a plin dobiva sttu količinu energije - topline. Entropija mehaničkog sistema jednaka je nuli ( $\Delta S_m = 0$ , tj

$$\Delta S = -\frac{Q}{T} + \frac{Q}{T} + 0 = 0.$$

Dakle, pri reverzibilnom procesu se entropija ne mijenja

$$\Delta S_{\text{rev}} = 0, \quad (4.6)$$

pa je za svaki mogući proces

$$\Delta S \geq 0. \quad (4.7)$$

## 4.2 Drugi zakon termodinamike

Smjer a time i ireverzibilnost realnih termalnih procesa nije određen zakonima očuvanja, već nekim drugim zakonima prirode. To se naziva *drugim zakonom termodinamike*.

Postoje različite formulacije drugog zakona termodinamike koje su ekvivalentne. Najopćenitija je

**Teorem 4.1.** Ne postoji proces u zatvorenom i adiabatски izoliranom makroskopskom sistemu u kojem se entropija smanjuje, tj. uvijek je  $\Delta S \geq 0$ .

Drugi zakon je osnova principa kojeg je formulirao **Clausius**: *nije moguć proces u kojem je jedini rezultat prijenos energije u obliku topline s hladnijeg tijela na toplije.*

## Literatura

- [1] Yavorski - Pinski: fundamentals
- [2] Serway, Jevett: Physics for the scientist, [www.pse6.com](http://www.pse6.com)
- [3] Feynman Lectures on Physics vol 1.